

函数概念的抽象与数学核心素养的培养

章建跃

每一章高中数学内容都让学生面对了一个新的数学研究对象.通过具体情境,让学生经历完整的抽象过程,概括出一类事物在数或形上的本质特征,并用精确的数学语言(包括文字语言、符号语言、图形语言等)加以定义和表示,进而获得数学研究对象,既是每一章的首要学习任务,又是后续学习的必备基础,并且也是培养学生数学核心素养的重要契机.如果这个过程经历不充分,学生对数学对象的内涵、要素把握不清晰,那么后续学习就失去了根基.

函数是贯穿高中数学的主线,使学生经历完整的函数概念抽象过程,领会其内涵、结构及蕴含的数学思想和方法,对高中数学学习将产生实质性影响,对学生养成从一般性、普遍性高度思考问题的习惯,形成抽象化、运用符号、建立模型、逻辑分析、推理、计算,不断地改进、推广,更深入地洞察内在联系,在更大范围内进行概括,建立更为一般的统一理论等一整套严谨的、行之有效的数学思维方式具有重要意义,对学生领悟数学的基本思想、形成理性思维等也有关键性影响.

从认识一个数学对象的角度出发,为学生构建函数概念的抽象过程,下列问题要认真处理:

(1)以怎样的学习理论为指导?

以概念形成方式安排学习过程,完成“情境—共性归纳—定义—辨析—简单应用”的过程.

(2)怎样的情境才有利于抽象函数概念?—具体实例及其类型、数量等,实例的典型性、丰富性等;

(3)如何引导学生发现和提出需要研究的问题?—关于“为什么要再学习函数的概念”的思考;

(4)如何引导学生归纳函数概念的内涵?—处理好讲解和自主探究的关系,加强“如何观察、归纳”的引导,给出严谨规范的数学语言表述,适当使用模仿性学习;

(5)如何设计从“变量说”到“集合—对应说”的过程?—这是一个数学语言的学习过程,要让学生体验数学的表达方式;

(6)如何使学生体会强调定义域和对应关系的必要性,理解“ $y=f(x), x \in A$ ”是一个整体?

(7)如何使学生理解对应关系 f 的本质?— f 把对象 x 变成了对象 y , f 把数 x 对应到数 y ;

(8)抽象函数概念是一个“数学化”过程:赋予实际问题数学意义—借助实际意义列对应关系—归纳共性—概括到同类事物而给出定义,在此基础上安排概念的辨析.为了加强对关键词的辨析从而推进对函数概念的理解,应该使用哪些类型的具体例子?

在初中的基础上再次学习函数概念,学生面对的数学对象不是全新的,认知任务是“在新的高度理解旧对象”.这里既要完成概念的再抽象,又要解决“再学的必要性”问题.最佳方法是“原有定义有缺陷、不全面”等等,但凭学生的现有知识经验,要找“变量说”的“茬”很困难.事实上,“集合—对应说”的好处要在后续研究中慢慢体会,在概念引入阶段对“必要性”的“拷问”要适可而止.我认为,最让学生感受“必要性”的是“对一个运动变化过程,若不强调变量的变化范围,那么用函数刻画变化规律就不严格”,而用集合表示变化范围是自然的.

构建函数概念的抽象过程,基本原则是从具体到抽象,针对具体实例,在用“变量说”刻画的基础上,针对“变量的变化范围”提出问题,再用“集合—对应”语言进行刻画,并通过若干实例的共性归纳,抽象出本质特征,获得“集合—对应说”.因为“集合—对应”的语言是非常“数学的”,学生很难“想得到”,而我们的目标是让他们学会这种表达方式,所以可采取“讲解+模仿+应用”的教学方式.

学生的经验中,函数都有解析式,如一次函数 $y=kx+b$,二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 等等.为了让学生感受引入抽象符号 $y=f(x), x \in A$ 的必要性,需要通过“没有解析式的函数”的具体实例,使学生感受用一般性话语和抽象符号所带来的方便.例如北京某日的空气质量指数图、衡量某地区居民生活水平的恩格尔系数表,它们符合“变量说”的定义,但没有解析式,如果不引入一个能够体现“集合 A 中的任意一个数 x 与集合 B 中唯一确定的数 y 对应”的符号表示,将给研究带来很大的不便.这样,从事物的具体背景中抽象出一般结构,用符号语言表达成为 $f: A \rightarrow B$,它表示 f 把对象 x 变成对象 y .这里,“ $y=f(x), x \in A$ ”就是函数的一般结构,它是高度概括的,反映了事物的本质,反映了两个数学对象之间的内在关系,用符号简洁地表示,可以方便地用于函数性质的研究.

邮发代号:2-221

每月25日出版

CN10-1085/01

定价:8.00元

2017

10 (下旬)

邮发代号:2-221

中小学数学

高中数学目录摘要

理论与实践 论数学教学的结构化原则
教材与教学

浅谈对教材资源整合应用的几点思考
课堂教学研究

略施“小技”,以“微”见著
从“一个”到“一类”,让“范例”能“迁移”

概念教学研究
依托概念教学培养数学核心素养
“函数的奇偶性”教学设计

高三复习研究
高三微专题“轨迹思想的应用”复习课教学设计

高考研究 突出基础 传承中有创新,
能力立意 变化中考素养

解题研究 一题多解看定点
圆锥曲线定义的简单运用

学生习作 学好高中数学不可或缺的几个意识
编后漫笔

函数概念的抽象与数学核心素养的培养

高中

ZHONG XIAO XUE SHU XUE

ISSN 2095-4832



9 772095 483136

3 0>

中国教育学会主办

中小学数学

邮发代号:2-221,每月25日出版
2017年10月下旬(高中)
(总517期)

主管单位
教育部

主办单位
中国教育学会

编辑出版单位
中小学数学编辑部

项目资助单位
首都师范大学数学科学学院

刊名题字:苏步青
编委会主任:张孝达
法人代表:中国教育学会秘书长
杨念鲁
主 编:章建跃
副主 编:方明一 郭为民 方运加(常务)
高中编辑室
主 编:章建跃(兼)
副主编:连四清
小学编辑室
主 编:方运加(代)
副主编:彭 林 梁志斌
初中编辑室
主 编:李海东
副主编:赵学志
高中版理事会会长:江兴代
编委会委员:章建跃 江兴代 陶维林
郭慧清 白 涛 彭 林
责任编辑:左建胜
出版设计:赵 波
地 址:北京西三环北路105号
首都师范大学数学楼
邮政编码:100048
电 话:(010)68902789 68410561
手机短信:13520851148
传 真:(010)68902789
网 站:www.zxxsx.cn
网站二维码:



电子信箱:zxxsxgzb@126.com
印 刷:北京荣泰印刷有限公司
发 行:北京报刊发行局
发行范围:公开发行
订 阅:全国各地邮政局(所)
刊 号:
ISSN2095-4832(国际标准刊号)
CN10-1085/O1(国内统一刊号)

目 录

◆理论与实践

- 论数学教学的结构性原则.....李昌官(1)
重视学生提问 提高数学素养.....陈晓斌(4)
高一学生数学学习状况的调查与分析.....黄艳敏(6)

◆教材与教学

- 浅谈对教材资源整合应用的几点思考.....周 翔(9)
高三教科书“数学文化”的概念剖析与实施策略
.....邵红能(13)

◆课堂教学研究

- 基于同一试题设计的两节探究课刘俊杰(17)
“圆的一般方程”教学研究程 鹏(21)
“数学归纳法”怎么教邵贤虎(25)
略施“小技”,以“微”见著.....李新华(28)
解题教学,应多尊重学生的思路.....刘海滨(32)
从“一个”到“一类”,让“范例”能“迁移”.....高铭秀(34)

◆概念教学研究

- 依托概念教学培养数学核心素养崔 玮 韩长峰(37)
以“对数的概念(第1课时)”为例谈数学概念的教学
.....周晓丰 钱军先(40)
“函数的奇偶性”教学设计段赛花(43)

◆高三复习研究

- 高三微专题“轨迹思想的应用”复习课教学设计
.....殷伟康 冯国昌(46)

◆高考研究

- 突出基础 传承中有创新,能力立意 变化中考素养
.....王华民 徐 科(49)

◆解题研究

- 一题多解看定点骆欣然(52)
圆锥曲线定义的简单运用吴志鹏(54)
2017年高考北京卷理科数学18题的思考
.....刘 刚 赵 毅(57)
面积问题的解法探究霍纪德(58)
领悟教材 开拓思维崔华梅 戴宏照(60)

◆学生习作

- 学好高中数学不可或缺的几个意识
.....唐心怡 连春兴(61)

◆编后漫笔

- 函数概念的抽象与数学核心素养的培养章建跃(封四)



手脑建模型 身心做数学

中小学生学习数学新常态——数学实验

数学实验室·数学实验包

提供了数学实验的基本环境和条件

《义务教育数学课程标准(2011年版)》要求有条件的学校可以建立“数学实验室”供学生使用,以拓宽他们的学习领域,培养他们的实践能力,发展其个性品质与创新精神。

教育部教育装备研究与发展中心九年义务教育《“数学实验室”建设》课题组遵循党的十八届三中全会提出的“以促进社会公平正义、增进人民福祉为出发点和落脚点”,通过深化数学教育改革,竭力创造条件,让所有的学生,人人拥有课时或机会做数学实验,达到增强他们的社会责任感、创新精神、实践能力的教学目标。



数学实验是中小学生学习数学的重要方式,同美国、德国、以色列、芬兰等西方国家相比,我国正处于学习、引进、实验、拓展阶段,希望有意参与这项数学教育探索的学校和老师加入到这个课题中,我们将提供数学实验室建设、数学实验教学、数学实验研究等便利。你们获得的教学成果会有公开交流、发表、展示的机会。



中国教育学会青少年创新思维教育研究中心将提供教师教学展示的平台、学生学习成果发布的平台;《中小学数学》会及时提供版面支持数学实验室建设及教学。

《“数学实验室”建设》课题组将通过《中小学数学》介绍“数学实验室”研究的进展或成果。

中小学数学编辑部地址:北京西三环北路105号首都师范大学数学科学学院(100048)

电话:(010)68902789 68410561 电子信箱:zxxsx@sina.com 手机短信:13520851148