

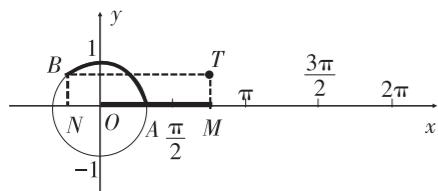
三角函数图像与性质的教学

章建跃

前面谈到,利用圆的几何性质可以得出三角函数的性质,实际上就是利用单位圆上点的坐标 $P(\cos x, \sin x)$ 把圆的各种对称性翻译为三角函数值之间的关系.在学生的经验中,从概念出发,先描点作出图像,然后通过图像直观得出性质,这是“基本套路”.这样,如何“取点”就成为画三角函数图像的第一个问题.

以往的取点,是根据函数解析式的特点,通过代数运算得到一些有代表性的坐标(如与坐标轴的交点、顶点等),但三角函数对应关系是“几何元素间的对应”,如何把它转化为图像上点的坐标呢?

为此,我们先分析一下描点的含义.描点的关键是确定点的坐标,而要确定坐标,就是要根据函数的定义,给定一个自变量,找到它所对应的函数值.对于正弦函数 $y=\sin x$ 而言,假设任意角 x_0 的终边是 OB ,那么 OB 与圆心位于原点的单位圆的交点坐标是 $B(\cos x_0, \sin x_0)$.这样,要作出函数图像上的任意一点 $T(x_0, \sin x_0)$,只要在 x 轴上找到点 $M(x_0, 0)$,再过 M 作 x 轴的垂线段 MT ,使 $\overline{MT} = \sin x_0$.如图所示, \overline{MT} 也可以看成是将 \overline{NB} 平移到 \overline{MT} 的结果.



显然,作图的困难在于将 \overline{AB} “拉直”,再把它放在 x 轴上.以往是利用特殊角和其对应的函数值描点,现在有了信息技术的帮助,我们可以方便地作出图像上任意一点的坐标.因此,要强调利用信息技术作三角函数图像,以便解除手工作图的困难,并且把教学重点放在“如何利用函数概念确定图像上的(任意)一个点”.

另外,作三角函数图像,作出 $y=\sin x, x \in [0, 2\pi]$ 的图像是基础,其他图像都要尽量通过图像的平移、对称等变换来得到.

关于函数性质的研究,根据已有经验,一般要研究三角函数的单调性、奇偶性、最大(小)值等等.但三角函数的特殊性在于它是刻画“周而复始”现象的数学模型,所以与此对应的“周期性”应是重点.实际上,有了周期性,就可以使三角函数性质的研究得到极大的简化.

需要注意的是,正弦函数的图像既是轴对称图形,又是中心对称图形. $x=2k\pi + \frac{\pi}{2}$ 都是它的对称轴, $[2k\pi, 0](k \in \mathbb{Z})$ 都是对称中心.三角函数这样丰富的对称性,实际上是圆的对称性的解析表示.

总之,在作三角函数图像时要强调利用信息技术,并注重通过图像变换得出有关图像,由此可以增强理性思维,而不仅仅是“机械作图”;在研究三角函数的性质时,要注意综合利用定义、图像和单位圆,特别要注重“单位圆对称性的解析表示”的意义.

2017

中小学数学

理论与实践

基于单元内容的高中数学课堂

研究性学习的教学研究

数学核心素养的培养需要“慢过程”

课堂教学研究

遵循认知规律 点燃智慧火花

在“一边一角”中培养学生直观想象的核心素养

教材研究

用纵轴表示频率/组距的解释与教学实践

高考复习研究

高考数学试题研究的三个方向

基于深度学习的高三复习课教学立意

微专题:走向精准复习

解题教学研究

基于本原性问题驱动的解题教学

解析几何教学中应关注的几个思维点

高考解题研究

浙江高考卷中的绝对值问题

编后漫笔

三角函数图像与性质的教学

高

中

ZHONG XIAO XUE SHU XUE

ISSN 2095-4832



中国教育学会主办

中小学数学

邮发代号:2-221,每月25日出版
2017年9月下旬(高中)
(总515期)

主管单位
教育部

主办单位
中国教育学会

编辑出版单位
中小学数学编辑部

项目资助单位
首都师范大学数学科学学院

刊名题字:苏步青
编委会主任:张孝达
法人代表:中国教育学会秘书长
杨念鲁
主编:章建跃
副主编:方明一 郭为民 方运加(常务)
高中编辑室

主编:章建跃(兼)
副主编:连四清

小学编辑室
主编:方运加(代)
副主编:彭林 梁志斌

初中编辑室
主编:李海东

副主编:赵学志

高中版理事会会长:江兴代

编委会委员:章建跃 江兴代 陶维林
郭慧清 白涛 彭林

责任编辑:左建胜

出版设计:赵波

地址:北京西三环北路105号
首都师范大学数学楼

邮政编码:100048

电话:(010)68902789 68410561

手机短信:13520851148

传真:(010)68902789

网站:www.zxssx.cn

网站二维码:



电子信箱:zxxsxgzb@126.com

印 刷:北京荣泰印刷有限公司

发 行:北京报刊发行局

发行范围:公开发行

订 阅:全国各地邮政局(所)
刊 号:

ISSN2095-4832(国际标准刊号)
CN10-1085/O1(国内统一刊号)

目 录

◆理论与实践

- 基于单元内容的高中数学课堂研究性
 - 学习的教学研究 吴鹏(1)
 - 数学核心素养的培养需要“慢过程” 徐道奎(5)
 - 数学核心素养视角下高中教学设计的思考 王静 胡典顺(8)

◆课堂教学研究

- 遵循认知规律 点燃智慧火花 翟洪亮(12)
- 在“一边一角”中培养学生直观想象的核心素养 董海涛(16)
- “目标分解,问题导学”下课堂教学设计与思考 张朋举(19)
- 两种教学方法的比较、反思与改进 张跃红(24)
- 一堂课的深思 王法岩 彭猛(28)

◆教材研究

- 用纵轴表示频率/组距的解释与教学实践 李振雷 王志霞 高宇 张琦(29)

◆高考复习研究

- 高考数学试题研究的三个方向 王永生(32)
- 基于深度学习的高三复习课教学立意 陈志江(36)
- 用好导数工具来研究函数性质 尹嵘(40)
- 微专题:走向精准复习 吕增锋(44)
- 高三二轮复习课,其实可以这样上 欧阳尚昭(47)

◆解题教学研究

- 基于本原性问题驱动的解题教学 卫小国(49)
- 问题引领 探索反思 提升数学核心素养 沈晓凯 胡典顺(53)
- 解析几何教学中应关注的几个思维点 林国夫(56)

◆高考解题研究

- 浙江高考卷中的绝对值问题 章显联(62)

◆编后漫笔

- 三角函数图像与性质的教学 章建跃(封四)



手脑建模型 身心做数学

中小学生学数学新常态——数学实验

数学实验室·数学实验包

提供了数学实验的基本环境和条件

《义务教育数学课程标准(2011年版)》要求有条件的学校可以建立“数学实验室”供学生使用,以拓宽他们的学习领域,培养他们的实践能力,发展其个性品质与创新精神。

教育部教育装备研究与发展中心九年义务教育《“数学实验室”建设》课题组遵循党的十八届三中全会提出的“以促进社会公平正义、增进人民福祉为出发点和落脚点”,通过深化数学教育改革,竭力创造条件,让所有的学生,人人拥有课时或机会做数学实验,达到增强他们的社会责任感、创新精神、实践能力的教学目标。



数学实验是中小学生学习数学的重要方式,同美国、德国、以色列、芬兰等西方国家相比,我国正处于学习、引进、实验、拓展阶段,希望有意参与这项数学教育探索的学校和老师加入到这个课题中,我们将提供数学实验室建设、数学实验教学、数学实验研究等便利。你们获得的数学成果会有公开交流、发表、展示的机会。



中国教育学会青少年创新思维教育研究中心将提供教师教学展示的平台、学生学习成果发布的平台;《中小学数学》会及时提供版面支持数学实验室建设及教学。

《“数学实验室”建设》课题组将通过《中小学数学》介绍“数学实验室”研究的进展或成果。

中小学数学杂志社地址:北京西三环北路105号首都师范大学数学科学学院(100048)

电话:(010)68902789 68410561 电子信箱:zxxsx@sina.com 手机短信:13520851148